

**Wiktor Cwynar**

Wyższa Szkoła Biznesu w Nowym Sączu

## Personalizacja w pomiarze ryzyka rynkowego

*If it has Greek letters, don't do it.<sup>1</sup>*  
James Dow

### Wprowadzenie

Niniejszy artykuł koncentruje się na równie ważnej, co kontrowersyjnej wielkości decydującej o poziomie kosztu kapitału własnego, tzw. indeksie beta. Kategorii ważnej, bo opisującej w modelu CAPM ryzyko określonej inwestycji. Kontrowersyjnej, ponieważ – jak pokazują wyniki wielu badań empirycznych – sposób pomiaru ryzyka właściwy dla indeksu beta nie wyjaśnia dobrze poziomu wymaganej stopy zwrotu, przynajmniej na sporej części rynków, głównie rynków rozwijających się. Beta mierzy ryzyko związane z danym aktywem (inwestycją, akcją, portfelem inwestycji etc.). Pomiar odbywa się z wykorzystaniem statystycznej miary zmienności – wariancji stóp zwrotu. Czy greckie symbole – do których odwołuje się otwierający ten artykuł cytat – pojawiające się w równaniu indeksu beta (mała grecka litera sigma opisująca odchylenie standardowe) faktycznie powinny stanowić przestrożę przed posługiwaniem się tą miarą? Panuje przekonanie, że wyliczanie indeksu beta jest trudne<sup>2</sup>, cytat a statystyczne wielkości, na których zasadza się konstrukcja indeksu beta mogą niekiedy prowadzić do uzyskania mało miarodajnych wyników, zwłaszcza jeśli indeks beta jest mierzony, bądź wykorzystywany rutynowo i bez przeprowadzania głębszych i bardziej financyjnych analiz statystyczno-ekonometrycznych. Określenie „rutynowe” w tym przypadku może oznaczać także posługiwanie się gotowymi wielkościami indeksu beta, „taśmowo produkowanymi” przez serwisy finansowe i biura maklerskie w oparciu o te same zasady dla każdej ze spółek (np. notowanych na tym samym parkiecie), bez uwzględnienia ich specyfiki (np. płynności walorów, okresów beztransakcyjnych, dynamicznych zmian struktury kapitałowej etc.). Właściwe wyliczenie indeksu beta, uwzględniające specyfikę danej inwestycji, jest kluczowe dla poprawności szacunków kosztu kapitału własnego. W zasadzie można przyjąć, że jest to jedyna w całym równaniu SML wielkość różnicująca poziom wymaganej stopy zwrotu z kapitału własnego pomiędzy poszczególnymi inwestycjami. Różnicuje ona wymaganą stopę zwrotu z poszczególnych inwestycji (spółek) poprzez uzależnienie jej poziomu od wrażliwości na działanie tzw. ryzyka rynkowego.

### Podstawowa formuła

Indeks beta liczony jest z wykorzystaniem następującego zapisu formułowego:

$$\beta_i = r_{i,m} \times \frac{\sigma_i}{\sigma_m},$$

gdzie:

$\beta_i$  – indeks ryzyka rynkowego przedsiębiorstwa „i”,

$r_{i,m}$  – współczynnik korelacji zachodzącej pomiędzy rentownością akcji przedsiębiorstwa „i” oraz rynku „m”,

<sup>1</sup> <http://faculty.london.edu/jdow/costocap.pdf>, 29 stycznia 2008.

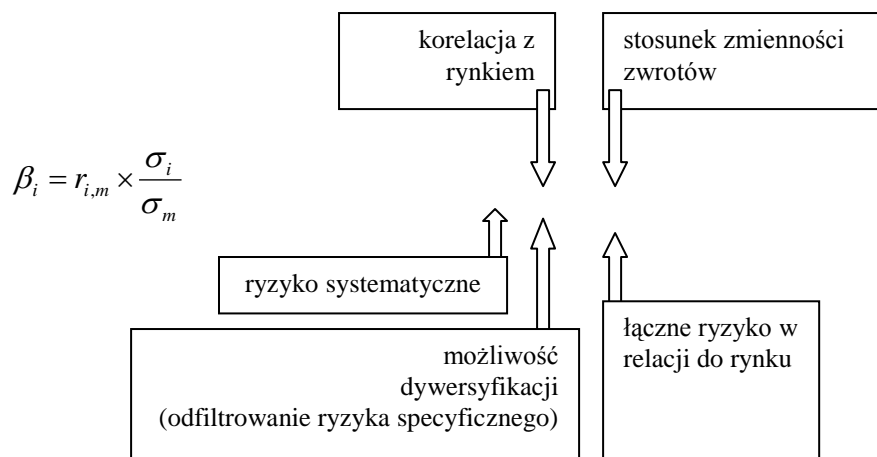
<sup>2</sup> „Samo wyliczenie tego wskaźnika jest dosyć skomplikowane, gdyż jest on ilorazem kowariancji stóp zwrotu z papieru wartościowego „X” i portfela rynkowego „M” do wariancji stóp zwrotu z portfela rynkowego”, [www.wikipedia.pl](http://www.wikipedia.pl), 14 lutego 2008.

$\sigma_i$  – odchylenie standardowe zwrotów z akcji przedsiębiorstwa „i”,  
 $\sigma_m$  – odchylenie standardowe zwrotów z indeksu rynkowego „m”.

W przeważającej większości przypadków kalkulacje dokonywane są w oparciu o historyczne relacje zmian rentowności rynkowej akcji określonego przedsiębiorstwa i zmian konkretnego rynku dla pewnego okresu czasu.

Zaprezentowany wyjściowo zapis (oparty o współczynnik korelacji i stosunek odchyłeń standardowych) ma jedną istotną zaletę – wyraźnie akcentuje podział łącznego ryzyka na ryzyko systematyczne (rynkowe) i specyficzne, co ilustruje poniższy rysunek. Rysunek ten pokazuje wyraźnie, że indeks beta jest miarą ryzyka rynkowego (systematycznego, czyli niedywersyfikowalnego).

**Rys. 1. Dekompozycja indeksu beta.**



Źródło: Opracowanie własne.

## Kiedy potrzebna jest personalizacja pomiaru

Przystępując do kalkulacji indeksu beta, musimy znaleźć odpowiedzi na trzy kluczowe pytania:

- jaki powinien być horyzont czasowy analizy (*estimation period*): np. rok, dwa, trzy, cztery, pięć, dziesięć lat?
- w jakich okresach powinny być mierzone zwroty (*data frequency*): dziennych, tygodniowych, miesięcznych, kwartalnych, półrocznych?
- jak powinien być zdefiniowany rynek, tzn. co stanowi odpowiedni punkt odniesienia w pomiarze ryzyka systematycznego określonej inwestycji?

## Jaki przyjąć horyzont pomiaru i dla jakich okresów mierzyć zwroty?

*The obsession with monthly data in finance is driven more by statistical needs for „enough” current observations, than any fundamental economic reason.*  
Laurence Booth<sup>3</sup>

*Monthly measurements require at least 5 years of data (60 points) but even then, the standard error remains high: above 20% in general.*  
Djibril Diakité<sup>4</sup>

<sup>3</sup> L. Booth, *Estimating the Equity Risk Premium and Equity Costs: New Ways of Looking at Old Data*, „Journal of Applied Corporate Finance” 1999, nr 12 (1).

*(It) can be thought of as starting with the daily closing prices, then throwing away all the data except for those on the last day of the month. There is no reason to believe that this is optimal, since there is probably nothing special about the month as a time period for observing returns.*

*Issues in Beta Estimation for UK Mobile Operators, July 2002, The Brattle Group Ltd.*

*In god we trust, all other bring data.*

*Dr. W. Edwards Deming 1900-1993, American Statistician*

Rozważania dotyczące doboru okresu pomiaru indeksu beta rozpoczynam czterema wymownymi cytatai pochodzącymi (za wyjątkiem ostatniego) z publikacji poświęconych wyznaczaniu kosztu kapitału. Wszystkie trzy pierwsze zdają się krytykować praktykowane dzisiaj powszechnie wśród analityków wykorzystanie miesięcznych zwrotów na potrzeby szacunków indeksu beta. Czy faktycznie – jak relacjonuje pierwszy z nich – posługiwanie się miesięcznymi danymi jest ogólnym, niczym nie uzasadnionym trendem, wręcz obsesją, czy rozsądnym wyborem podyktowanym specyfiką danych o takim charakterze, ważną dla jakości uzyskiwanych wyników? Drugi z cytatów krytycznie ocenia praktyki szacowania indeksu beta w oparciu o dane miesięczne ze względu na małą istotność statystyczną pomiaru, nawet przy wydłużeniu horyzontu czasowego analizy. Trzeci zadaje pytanie: co odróżnia ostatni dzień miesiąca od pozostałych dni, by w oparciu o notowania z tego właśnie dnia dokonywać szacunków indeksu beta. Czy zatem pomiar tej ważnej w wyznaczaniu kosztu kapitału własnego kategorii powinien opierać się o miesięczne dane dotyczące rentowności, czy należy pomyśleć nad innym rozwiązaniem?

Model CAPM, podobnie jak inne modele opisujące zależność „ryzyko-zwrot”, nie określa wprost (w sensie: nie narzuca) ani długości okresu pomiaru, ani częstotliwości obliczania zwrotów. Jednak generalną i praktykowaną zasadą obowiązującą przy kalkulacji indeksu beta jest przyjęcie pewnej liczby lat, dla których dysponujemy niezbędnymi danymi dotyczącymi zwrotów tak, aby wybrany horyzont obejmował najbardziej aktualny okres (np. ostatnich pięć lat). Jednak pojawia się pytanie, jak długi powinien być ów horyzont czasowy, dla którego gromadzimy dane: roczny, dwu-, trzy-, pięcioletni, a może dziesięcioletni i w związku z tym, dla jakich okresów powinny być ustalone stopy zwrotu dla analizowanego waloru i stanowiącego punkt odniesienia rynku.

### **Horyzont pięcioletni, miesięczne stopy zwrotu**

Jako pierwsi wpływ przyjęcia różnych okresów pomiaru rentowności na historyczne wartości indeksu beta i ich zdolność wyjaśniania przyszłych stóp zwrotu zbadali F. Black, M. Jensen i M. Scholes<sup>5</sup> oraz G. Pogue i B. Solnik<sup>6</sup>. Kolejne badania w tym zakresie podejmowali m.in. M. Blume<sup>7</sup>, A. Eubank i J. Zumwalt<sup>8</sup>, A. Corhay<sup>9</sup>, N. Gonedes<sup>10</sup>, D. Kim<sup>11</sup> oraz G. Alexander i N. Chervany<sup>12</sup>. To właśnie wyniki m.in. tych badań sprawiły, że dzisiaj dokonując szacunków indeksu beta na potrzeby projekcji oczekiwanych stóp zwrotu, bazujemy tak często na pięcioletnim horyzoncie analizy i miesięcznym pomiarze rentowności. Dlaczego? Otóż badania te wykazały, że indeksy beta są rozsądnie stałe w okresie pięciu lat (przykładowo, badania G. Alexander i N. Chervany, w ramach których

<sup>4</sup> D. Diakité, *Determination of Appropriate Cost of Capital Rates for the Regulated Fixed Activities of France Telecom*, <http://www.art-telecom.fr/fileadmin/reprise/publications/AFORST-annexe-WACC.pdf>, 4 stycznia 2008.

<sup>5</sup> F. Black, M. Jensen, M. Scholes, *The Capital Asset Pricing Model: Some Empirical Tests*, Studies in Theory of Capital Market, New York 1972.

<sup>6</sup> G. Pogue, B. Solnik, *The Market Model Applied to European Common Stocks: Some Empirical Results*, „Journal of Financial and Quantitative Analysis” 1974, nr 9.

<sup>7</sup> M. Blume, *Betas and the Regression Tendencies*, „Journal of Finance” 1975, nr 30.

<sup>8</sup> A. Eubank, J. Zumwalt, *An Analysis of the Forecast Error Impact of Alternative Beta Adjustment Techniques and Risk Classes*, „Journal of Finance” 1979, nr 34.

<sup>9</sup> A. Corhay, *The Intervalling Effect Bias in Beta: A Note*, „Journal of Banking and Finance” 1992, nr 16.

<sup>10</sup> N. Gonedes, *Evidence on the Information Content of Accounting Numbers: Accounting-Based and Market-Based Estimates of Systematic Risk*, „Journal of Financial and Quantitative Analysis” 1973, nr 18.

<sup>11</sup> D. Kim, *The Extent of Non-Stationarity of Beta*, „Review of Quantitative Finance and Accounting” 1993, nr 3.

<sup>12</sup> G. Alexander, N. Chervany, *On the Estimation and Stability of Beta*, „Journal of Financial and Quantitative Analysis” 1980, nr 15.

badano stabilność indeksu beta dla różnych okresów – od roku do dziewięciu lat, wykazały, że najlepsze wyniki uzyskane zostały dla okresu 4 i 6-letniego). Oczywiście uwaga ta dotyczy obserwacji poczynionych na rynkach rozwiniętych. Duże wątpliwości budzi możliwość odniesienia jej do rynków wschodzących.

Jednak, jak pisze L. Booth w jednym z cytowanych we wprowadzeniu fragmentów, taka praktyka (oparcie zmienności na okresach miesięcznych w horyzoncie pięciu lat) nie ma żadnego uzasadnienia ekonomicznego. Co więcej, wielu autorów jest przekonanych, że taka właśnie konfiguracja pomiaru indeksu beta nie zapewnia wystarczającej liczby obserwacji do poprawnego wnioskowania statystycznego na temat zależności „zwrot-ryzyko” (np. D. Diakité). T. Giles i D. Butterworth proponują więc, by zawsze, gdy dane na to pozwalają, zastępować analizy zwrotów miesięcznych, analizą opartą o dzienny pomiar rentowności. Argumentują, że indeks beta oparty o miesięczny pomiar zwrotów. Po pierwsze, cechuje się niską istotnością statystyczną (dysponujemy zbyt małą liczbą obserwacji, przez co dopuszczamy wzrost błędu standardowego pomiaru), a po drugie, jest niezwykle czuły na wybór dnia notowań przyjętych do szacunków (przesunięcie daty o zaledwie kilka dni istotnie zmienia wartości indeksów beta). Uwagi te potwierdza szereg innych autorów, m.in. S. Wright, R. Mason i D. Miles<sup>13</sup>, czy analitycy z Brattle Group<sup>14</sup>. Różnice w wartościach indeksów beta wynikające ze zmiany dni, w oparciu, o które indeks ten jest szacowany, łatwo pokazać, posługując się danymi losowo wybranej spółki z warszawskiego parkietu. Przykładowo, indeks beta Novita liczony w oparciu o kurs zamknięcia ostatniego dnia miesiąca w okresie 2002-2006 wyniósł 0,62, podczas gdy jego wartość uległa obniżeniu do poziomu 0,50 na skutek przesunięcia interwału pomiaru rentowności o zaledwie trzy dni (kurs zamknięcia ostatniego dnia miesiąca + 3 dni).

W podobny sposób zniekształcony jest pomiar indeksu beta oparty o dane tygodniowe, choć – co logiczne – w mniejszym stopniu, niż w przypadku miesięcznych stóp zwrotu. Cytowani powyżej analitycy z Brattle Group, analizując aspekty szacowania indeksu beta brytyjskich operatorów telefonii komórkowej, zadają pytanie, czy jest coś szczególnego w ostatnim dniu miesiąca, co decydowałoby o wykorzystaniu go w pomiarze rentowności akcji i rynku. Wygląda to trochę tak, jakbyśmy z całego szeregu danych dla określonego miesiąca usunęli wszystkie notowania, pozostawiając wyłącznie te z ostatniego dnia miesiąca. D. Bradfield<sup>15</sup> proponuje wyjaśnienie. Jest bardzo prawdopodobne, że cena danego waloru ostatniego dnia miesiąca nie jest tylko efektem handlu w tym określonym dniu, ale również efektem handlu w całym miesiącu. To jednak może powodować brak związku (zakłócenie współczynnika korelacji) pomiędzy wyceną konkretnej akcji, a wyceną rynku jako całości. Jednak znaczna część serwisów finansowych oferuje dzisiaj indeksy beta oszacowane właśnie w taki sposób. Czy jednak wydłużenie horyzontu czasowego pomiaru (np. do pięciu lat) nie pozostaje bez wpływu na wyniki szacunków?

T. Giles i D. Butterworth<sup>16</sup> uważają, że w sytuacji, gdy wydłużamy okres pomiaru indeksu beta, pojawia się problem wyboru – „coś za coś” (*trade-off*). Z jednej strony wydłużenie okresu pomiaru zwiększa istotność statystyczną uzyskanych wyników i zmniejsza ich błąd standardowy (dzięki większej liczbie obserwacji), z drugiej jednak strony, w długim okresie czasu zmieniają się charakterystyki ryzyka, a w ślad za tym wartości indeksów beta. Zatem to, co zostało ustalone w oparciu o długoletnie obserwacje historyczne, nie musi się sprawdzać w odniesieniu do przyszłości. Zatem wydłużenie okresu pomiaru sprawia, że rośnie ryzyko niewłaściwego oszacowania indeksu beta, a przez to i np. wyceny. Wiele badań empirycznych, zwłaszcza na rynkach rozwijających się, dowodzi, że wartości indeksów beta wcale nie są stałe w czasie, lecz się zmieniają, np. na skutek zmian dźwigni finansowej, czy dźwigni operacyjnej, jak również szeregu innych czynników, determinują-

<sup>13</sup> S. Wright, R. Mason, D. Miles, *Study into Certain Aspects of the Cost of Capital for Regulated Utilities in the UK*, [http://www.ofwat.gov.uk/aptrix/ofwat/publish.nsf/AttachmentsByTitle/cost\\_of\\_capital130203.pdf/\\$FILE/cost\\_of\\_capital130203.pdf](http://www.ofwat.gov.uk/aptrix/ofwat/publish.nsf/AttachmentsByTitle/cost_of_capital130203.pdf/$FILE/cost_of_capital130203.pdf), 12 stycznia 2008.

<sup>14</sup> *Issues in Beta Estimation for UK Mobile Operators*, July 2002, The Brattle Group Ltd., [http://www.ofcom.org.uk/telecoms/ioi/g\\_a\\_regime/sce/ori/beta/beta\\_main.pdf](http://www.ofcom.org.uk/telecoms/ioi/g_a_regime/sce/ori/beta/beta_main.pdf), 4 stycznia 2008.

<sup>15</sup> D. Bradfield, *Investment Basics XLVI. On Estimating the Beta Coefficient*, „Investment Analysts Journal” 2003, nr 57, [www.nes.ru/~agoriaev/Papers/Bradfield%20on%20estimating%20the%20beta%20coefficient%20IAJ03.pdf](http://www.nes.ru/~agoriaev/Papers/Bradfield%20on%20estimating%20the%20beta%20coefficient%20IAJ03.pdf), 10 stycznia 2008.

<sup>16</sup> T. Giles, D. Butterworth, *Cost of Capital Estimation in the UK. Best Practice in the Context of Competition Analysis and Price Regulation*, Charles River Associates, London, December 2003.

cych ryzyko wycenianego biznesu. Poniższa tabela pokazuje przykładowe wartości indeksu beta, wyliczone dla spółki Irena (w okresie pięciu lat w oparciu o zmienność miesięczną w stosunku do analogicznych zmian indeksu WIG).

**Tab. 1. Wartości indeksu beta spółki Irena (miesięczne stopy zwrotu).**

	Indeks beta
1995-1999	0,88
1996-2000	0,56
1997-2001	0,58
1998-2002	0,47
1999-2003	0,27
2000-2004	0,12
2001-2005	0,19
2002-2006	0,30

Źródło: Opracowanie własne.

Zatem w każdym przypadku podejmując decyzję o wyborze określonego horyzontu czasowego pomiaru indeksu beta, należy zbadać efekt netto obydwu zjawisk, tzn.:

- ocenić, jak mocno zmienia się błąd standardowy pomiaru na skutek zmian horyzontu czasowego analizy (wydłużenie, skrócenie),
- ocenić prawdopodobieństwo zmiany indeksu beta na skutek zmian w charakterystykach ryzyka dokonujących się w analizowanym okresie pomiaru.

Niektórzy, jak np. D. Bradfield uważają, iż efekt wpływu zmian charakterystyk ryzyka przedsiębiorstwa na wartości indeksu beta pojawia się dopiero przy długim okresie pomiaru, przekraczającym 10 lat<sup>17</sup>. Zatem okres pięciu lat uznają oni za w pełni bezpieczny.

### Horyzont roczny, dzienne stopy zwrotu

Jak piszą T. Koller i inni<sup>18</sup> laureat nagrody Nobla, Robert Merton, argumentował, że szacunki kowariancji i w związku z tym beta ulegają poprawie, im częściej mierzone są zwroty<sup>19</sup>. Jednak późniejsze testy empiryczne pokazały, że przy częstym pomiarze zwrotów kalkulacja indeksu beta staje się problematyczna, chociażby ze względu na niską płynność niektórych walorów.

Oparcie szacunków indeksu beta na dziennych wartościach stóp zwrotu (przy założeniu tego samego łącznego horyzontu czasowego) zwiększa ilość punktów na wykresie linii regresji (ilość danych wykorzystywanych w analizie zależności „zwrot-ryzyko”), co podnosi istotność statystyczną pomiaru, zmniejszając jednocześnie jego błąd standardowy. To z kolei pozwala na skrócenie łącznego horyzontu czasowego pomiaru, a zatem eliminuje ryzyko wpływu na dokonywany pomiar zmieniających się w czasie charakterystyk ryzyka firmy (w przypadku posługiwania się danymi dziennymi, częstą praktyką jest ograniczenie szacunków indeksu beta do okresu rocznego, a czasami nawet półrocznego, co i tak zapewnia w zupełności wystarczającą ilość obserwacji i utrzymuje błąd standardowy na stosunkowo niskim poziomie). Przykładowo, kalkulacje indeksu beta dla spółki Irena w okresie pięcioletnim (2002-2006), ale przy różnych okresach pomiaru rentowności dają następujące rezultaty:

- okres 5 lat, miesięczne stopy zwrotu, indeks beta = 0,30, błąd standardowy = 0,16 (95% poziom ufności),
- okres 5 lat, dzienne stopy zwrotu, indeks beta = 0,33, błąd standardowy = 0,06 (95% poziom ufności).

<sup>17</sup> D. Bradfield, *Investment Basics XLVI. On Estimating the Beta Coefficient*, „Investment Analysts Journal” 2003, nr 57, [www.nes.ru/~agoriaev/Papers/Bradfield%20on%20estimating%20the%20beta%20coefficient%20IAJ03.pdf](http://www.nes.ru/~agoriaev/Papers/Bradfield%20on%20estimating%20the%20beta%20coefficient%20IAJ03.pdf), 10 stycznia 2008.

<sup>18</sup> T. Koller, M. Goedhart, D. Wessels, *Valuation. Measuring and Managing the Value of Companies (Fourth Edition)*, Wiley, New York 2005.

<sup>19</sup> R. Merton, *On Estimating the Expected Return on the Market*, „Journal of Financial Economics” 1980, nr 8.

Pomiar indeksu beta powinien być oparty o zmienność mierzoną w okresach dziennych. Policzono w ten sposób indeksy beta nie tylko cechując się niższą wartością błędu standardowego, ale według T. Giles i D. Butterworth są również znacznie bardziej stabilne w czasie od tych, opartych o rentowność zmierzoną miesięcznie. Obserwacje rynków rozwijających się rzadko potwierdzają tę drugą prawidłowość. W tabeli poniżej pokazane są wartości indeksu beta spółki Irena, skalkulowane tym razem w okresach rocznych w oparciu o dzienne wartości stóp zwrotu (w relacji do zmienności WIG-u). Przedstawione w tabeli wartości indeksu beta są równie mało stabilne w czasie, jak te zaprezentowane w poprzednim zestawieniu (wyliczone dla okresów pięcioletnich w oparciu o miesięczne stopy zwrotu).

**Tab. 2. Wartości indeksu beta spółki Irena (dzienne stopy zwrotu).**

lata	Indeks beta
1994	1,38
1995	1,15
1996	0,76
1997	1,00
1998	0,55
1999	0,54
2000	0,33
2001	0,10
2002	0,07
2003	0,32
2004	0,71
2005	0,21
2006	0,39
2007	0,38*

\* Wynik dla roku 2007 uwzględnia notowania giełdowe do 20 czerwca 2007.

Źródło: Opracowanie własne.

Jednak i w przypadku, wydawałoby się, najlepszego z rozwiązań, jakim jest oparcie szacunków beta na dziennej rentowności, obowiązuje zasada „coś za coś”. Dane dzienne zakłócone są w znacznie większym stopniu niż na przykład dane miesięczne hałasem. Trudno więc w tym przypadku bezkrytycznie przyjąć, że dokonując pomiaru, obserwujemy czystą, niezakłóconą relację wymiennosci „zwrot-ryzyko”, a indeks beta jest jedynym czynnikiem ryzyka wyjaśniającym wymagany zwrot. Duży wpływ na uzyskane wyniki – przy dziennym pomiarze rentowności – może mieć kapitał spekulacyjny. Ponadto wspomniane zaśmiecenie (*noise*) uzyskanych rezultatów może także wynikać w dużym stopniu z istniejącej infrastruktury notowań giełdowych, której rezultatem może być brak synchronizacji w czasie zwrotów z akcji i rynku (*non-synchronous trading*), gdy na przykład występują okresy beztransakcyjne dla danego waloru. Problem ten nie występuje w przypadku miesięcznego pomiaru stóp zwrotu, ponieważ dla większości akcji różnice w częstotliwości handlu są niewielkie w relacji do długości okresu pomiaru zwrotu (w tym przypadku jest to miesiąc).

### Brak synchronizacji czasowej

W sytuacji, gdy pomiar stóp zwrotu cechuje się dużą częstotliwością obserwacji, na uzyskany wynik wpływ mają nie tylko fundamentalne czynniki wyjaśniające relację „zwrot-ryzyko”, ale także szereg charakterystyk związanych na przykład ze skalą i częstotliwością transakcji dokonywanych na rynku z udziałem danego waloru. Wśród ogółu akcji wycenianych na rynku możemy wskazać takie, które cechują się dużą skalą transakcji (*thickly traded stocks, very frequently traded stocks*), jak również i takie, w przypadku których występują częste okresy beztransakcyjne (*thinly traded stocks, infrequently traded stocks, rarely traded stocks*). Te pierwsze, to akcje płynne, te drugie, to

akcje o niskiej płynności. Fakt, że w danym dniu określony walor nie podlega handlowi (podczas, gdy wyniki rynku – w sensie wartości określonego indeksu giełdowego – rejestrowane są codziennie) sprawia, że dochodzi do zniekształcenia w pomiarze dziennych stóp zwrotu z danej akcji. Tam, gdzie dla rynku zanotowaliśmy pewną wartość zwrotu, w odniesieniu do konkretnego waloru jest luka (nie jest możliwym określenie zwrotu dziennego dla określonej akcji w dniu, w którym nie zarejestrowano handlu tym walorem). Innymi słowy zwroty z akcji i z rynku nie są rejestrowane równocześnie. To zjawisko nosi nazwę zniekształcenia wynikającego z braku synchronizacji w handlu poszczególnymi walorami i notowaniami rynku (*non-synchronous trading bias*).

Brak synchronizacji w rejestrowaniu ceny danego waloru i poziomu indeksu giełdowego sprawia, że pewna informacja ważna w kontekście całego rynku wpłynie na cenę określonego waloru i wartość indeksu giełdowego w innym czasie. Musi to mieć konsekwencje w postaci zniekształcenia współczynnika korelacji zwrotów z akcji ze zwrotami rynkowymi. Jak pisze D. Diakité<sup>20</sup>, w przypadku spółek o stosunkowo rzadkich notowaniach (*thinly traded stocks*) wartość współczynnika korelacji przyjmuje z reguły niskie wartości, zaniżając tym samym szacunki indeksu beta spółek o takich charakterystykach (walor o niskiej płynności zanotuje wiele zwrotów równych zero, ale nie dlatego, że wartość akcji jest stała, ale dlatego, że dla wielu okresów dziennych po prostu nie było notowań dla tego waloru). Z kolei częste notowania niektórych spółek (*thickly traded stocks*) mogą doprowadzić do przeszacowania indeksu beta (zakładając – w obydwu powyższych przypadkach – że indeks beta jest dodatni).

W celu złagodzenia występujących w takich sytuacjach zniekształceń spowodowanych brakiem synchronizacji, stosuje się różne zabiegi, w tym m.in. tzw. korektę Dimsona (*Dimson adjustment*), nazywaną też korektą Cohena<sup>21</sup> lub korektę Scholes-Williams<sup>22</sup>.

Korekta Dimsona polega na budowaniu regresji (zmiany rentowości akcji *versus* zmiany rentowności rynku) z uwzględnieniem dodatkowego przesunięcia w czasie notowań całego rynku albo w przód (*leading return*), albo w tył (*lagged return*), albo w obydwu kierunkach równocześnie. Ten rodzaj regresji przyjęto nazywać w literaturze przedmiotu – regresją Dimsona (standardowa regresja to regresja bez przesunięć czasowych w obserwacji zmiennej objaśniającej – *no leads, no lags*). Wielu autorów, jak np. D. Diakité, jest zdania, że owa korekta rzadko daje statystycznie znaczące efekty. Są też tacy, którzy stosują ją zawsze, gdy pomiar indeksu beta oparty jest o dzienną rentowność, zwłaszcza wtedy, gdy zwrot z danego waloru jest porównywany z rentownością innego niż lokalny indeksu giełdowego. W tej sytuacji różnica czasowa w funkcjonowaniu giełd papierów wartościowych (inne godziny otwarcia i zamknięcia poszczególnych parkietów) może powodować istotne zniekształcenia wynikające z braku synchronizacji czasowej (jeden z rynków może być właśnie zamykany, podczas gdy na innym pojawia się ważna informacja zmieniająca istotnie poziom indeksu giełdowego). Gdy przykładowo porównujemy indeksy beta spółek z różnych krajów – np. USA, Polski i Niemiec – określone w relacji do tego samego indeksu giełdowego, np. S&P 500, prawdopodobnie zauważymy następującą zależność. Indeksy beta spółek z USA będą większe niż spółek z Niemiec i Polski m.in. właśnie ze względu na większą korelację z lokalnym (w ich przypadku) indeksem giełdowym (S&P 500) wynikającą z braku zniekształceń. Jednocześnie badanie regresji za pomocą korekty Dimsona z całą pewnością wykaże (przy założeniu dziennych zwrotów), że wartości indeksów beta spółek z Niemiec i Polski są mocno zniekształcone przez brak synchronizacji czasowej w rejestrowaniu zwrotów (na giełdach w Stanach Zjednoczonych oraz w Polsce i Niemczech). Dlatego wielu autorów uważa, że w takiej sytuacji niezbędna jest taka sama korekta (korekta Dimsona), jak w przypadku braku synchronizacji spowodowanego różną skalą notowań poszczególnych walorów i rynku<sup>23</sup>.

<sup>20</sup> D. Diakité, *Determination of Appropriate Cost of Capital Rates for the Regulated Fixed Activities of France Telecom*, <http://www.art-telecom.fr/fileadmin/reprise/publications/AFORST-annexe-WACC.pdf>, 12 stycznia 2008.

<sup>21</sup> K.J. Cohen, G.A. Hawawini, S.F. Maier, R.A. Schwartz, D.K. Withcomb, *Friction in the Trading Process and Estimation of Systematic Risk*, „Journal of Financial Economics” 1983, nr 12.

<sup>22</sup> <http://129.3.20.41/econ-wp/fin/papers/9610/9610002.html>, 12 stycznia 2008.

<sup>23</sup> *Issues in Beta Estimation for UK Mobile Operators*, July 2002, The Brattle Group Ltd., [http://www.ofcom.org.uk/telecoms/ioi/g\\_a\\_regime/sce/ori/beta/beta\\_main.pdf](http://www.ofcom.org.uk/telecoms/ioi/g_a_regime/sce/ori/beta/beta_main.pdf), 8 stycznia 2008.

### Regresja Dimsona (*Dimson adjustment/Dimson regression*)<sup>24</sup>

Jak wcześniej wspomniałem, korekta Dimsona ma na celu złagodzenie zniekształceń pomiaru indeksu beta spowodowanych brakiem synchronizacji czasowej w rejestrowaniu zwrotów akcji i rynku, pojawiających się, gdy w przypadku notowań określonego waloru występują okresy beztransakcyjne. Zwykle w takiej sytuacji przeprowadza się regresję stóp zwrotu danej spółki, uzależniając je nie tylko od rentowności rynku w danym dniu (dla którego brak notowań danej akcji), ale też od rentowności rynku dzień wcześniej i dzień później (*single period leads and lags*):

$$R_{e,i,t} = \beta_0 + \beta_1 \times R_{m,t-1} + \beta_2 \times R_{m,t} + \beta_3 \times R_{m,t+1},$$

gdzie:

$R_{e,i,t}$  – wymagana stopa zwrotu z kapitału własnego spółki i w okresie t,

$R_{m,t-1}$  – stopa zwrotu z rynku w okresie t-1,

$R_{m,t}$  – stopa zwrotu z rynku w okresie t,

$R_{m,t+1}$  – stopa zwrotu z rynku w okresie t+1,

$\beta_0, \beta_1, \beta_2, \beta_3$  – parametry strukturalne linii regresji.

Pod pojęciem „indeksu beta Dimsona” rozumie się sumę uzyskanych w wyniku przeprowadzonej regresji parametrów strukturalnych jej równania, stojących przy zmiennych objaśniających (czyli zwrotach rynkowych w trzech kolejnych dniach):

$$\text{Dimson beta} = \beta_1 + \beta_2 + \beta_3.$$

Innymi słowy jest to suma indeksów beta oszacowanych w relacji do zwrotów z rynku nie tylko dla danego okresu, ale też dla dwóch dodatkowych dni (jeden wcześniej i jeden później w stosunku do dziś). Czasami przeprowadzając korektę Dimsona, uwzględnia się dwa dodatkowe okresy w przód i w tył (*two periods leads and lags*).

Alternatywą dla korekty Dimsona jest podejście stosowane przez LBS Measurement Service, oparte o zasadę „*trade-to-trade data*”. W tym przypadku zwrot dzienny kalkulowany jest wyłącznie pomiędzy dniami, dla których notowania faktycznie miały miejsce (czyli dla dni, dla których dostępne są dane giełdowe zarówno dla określonej akcji, jak i całego rynku). Szerzej tę korektę opisuje m.in. P. Marsh<sup>25</sup>, E. Dimson<sup>26</sup> oraz D. Bowie i D. Bradfield<sup>27</sup>.

Zawsze jednak przed podjęciem decyzji o wprowadzeniu pewnych udoskonaleń pomiaru, warto zadać sobie pytanie, czy efekt takich finezyjnych korekt statystycznych przewyższy koszt ich wykonania (np. spadek przejrzystości stosowanej metodologii, czy niezrozumienie ostatecznego odbiorcy kalkulowanej wielkości).

Poniżej zaprezentowany jest przykład kalkulowania indeksu beta Dimsona z przesunięciem o jeden okres w przód i w tył (*single period leads and lags*). Przykładowo stopa zwrotu dla akcjonariuszy (TSR) Hutmena 5 stycznia 2006 roku jest wyjaśniana rentownością WIG-u w tym samym dniu (-0,07%), dzień wcześniej (4 stycznia 2006: 2,22%) i dzień później (6 stycznia 2006: 0,84%). Jak widać, zmiana wyniku w stosunku do oryginalnej wartości (beta = 0,91) jest niewielka (Dimson beta = 0,91).

**Tab. 3. Fragment arkusza wykorzystanego do ustalenia beta Dimsona z przesunięciem o jeden okres dla spółki Hutmen (rok 2006, rentowność dzienna w relacji do WIG-u).**

Data	TSR	Zmiana WIGu <i>no lags no leads</i>	Zmiana WIGu <i>lag</i>	Zmiana WIGu <i>lead</i>
2006.01.04	-1,44%	<b>2,22%</b>	2,13%	-0,07%
2006.01.05	-2,44%	-0,07%	<b>2,22%</b>	<b>0,84%</b>
2006.01.06	-0,25%	<b>0,84%</b>	-0,07%	-0,32%

Źródło: Opracowanie własne.

<sup>24</sup> Issues in Beta Estimation for UK Mobile Operators, July 2002, The Brattle Group Ltd., [http://www.ofcom.org.uk/telecoms/ioi/g\\_a\\_regime/sce/ori/beta/beta\\_main.pdf](http://www.ofcom.org.uk/telecoms/ioi/g_a_regime/sce/ori/beta/beta_main.pdf), 7 stycznia 2008.

<sup>25</sup> P. Marsh, *Equity Rights and Efficiency of the UK Stock Market*, „Journal of Finance” 1979, nr 34.

<sup>26</sup> E. Dimson, *Risk Measurement when Shares Are Subject to Infrequent Trading*, „Journal of Financial Economics” 1979, nr 7.

<sup>27</sup> D. Bowie, D. Bradfield, *Improved Beta Estimation on the JSE: A Simulation Study*, „South African Journal of Business Management” 1993, nr 24.



**Tab. 4. Beta Dimsona z przesunięciem o jeden okres dla spółki Hutmen (rok 2006, rentowność dzienna w relacji do WIG-u).**

Parametr regresji (okres)	Indeks beta	Błąd standardowy
$\beta_0$ (wyraz wolny)	0,00	0,00
$\beta_1 (t - 1)$	0,03	0,33
$\beta_0 (t)$	0,90	0,33
$\beta_0 (t + 1)$	-0,02	0,33
Dimson $\beta = \beta_1 + \beta_2 + \beta_3$	0,91	

Źródło: Opracowanie własne.

## Rynek referencyjny

Model wyceny aktywów kapitałowych zakłada, że wymagana stopa zwrotu jest liniowo zależna od ryzyka zmierzonego za pomocą beta. Stopa ta jest więc funkcją kowariancji zwrotów z danej inwestycji ze zwrotami portfela rynkowego. Jaki jednak powinien to być portfel? Spójność z założeniami CAPM wymaga, by wszyscy inwestorzy posiadali portfel rynkowy. Na portfel ten składają się wszystkie możliwe inwestycje (ważone proporcjonalnymi udziałami w łącznej wartości rynkowej portfela). Zgodnie z oryginalnymi założeniami modelu wyceny aktywów kapitałowych, rynek stanowiący punkt odniesienia dla zmian rentowności spółki powinien obejmować wszystkie ryzykowne aktywa, w które potencjalnie może zainwestować inwestor (także zagranicą, jeśli nie ma ograniczeń w przepływie kapitału). Zatem – zgodnie z ujęciem teoretycznym – to nie tylko rynek akcyjny. Rynek ten powinien obejmować także przykładowo obligacje korporacyjne, nieruchomości, waluty, surowce, antyki, dzieła sztuki, złoto, towary, kapitał ludzki i inne nienotowane aktywa w relacji do ich znaczenia w łącznej wartości portfela globalnego. Warto raz jeszcze wyraźnie zaakcentować, że rynkiem stanowiącym punkt odniesienia powinien być rynek inwestycji dostępnych dla inwestora – nie tylko krajowych, ale także zagranicznych. To silny argument przemawiający za wykorzystaniem globalnego indeksu giełdowego w miejsce lokalnego, podczas szacunków indeksu beta. Jednak włączenie wszystkich aktywów, o których wspominają teoretyczne założenia modelu CAPM rodzi poważne problemy praktyczne. Taki portfel jest konstrukcją czysto teoretyczną i nie obserwowaną bezpośrednio. Serwisy finansowe zajmujące się profesjonalnie dostarczaniem informacji na temat wartości indeksów beta, obliczają je w odniesieniu wyłącznie do wybranego rynku akcji, argumentując, iż ich szacunki oparte są o indeksy giełdowe zawierające bardzo dużą liczbę walorów, przez co stanowią odpowiedni surogat rynku definiowanego przez założenia CAPM. W teorii lepszym przybliżeniem prawdziwego portfela rynkowego są indeksy ważone kapitalizacją rynkową, a nie indeksy równo ważone.

## Literatura

Alexander G., Chervany N., *On the Estimation and Stability of Beta*, „Journal of Financial and Quantitative Analysis” 1980, nr 15.

Black F., Jensen M., Scholes M., *The Capital Asset Pricing Model: Some Empirical Tests*, Studies in Theory of Capital Market, New York 1972.

Blume M., *Betas and the Regression Tendencies*, „Journal of Finance” 1975, nr 30.

Booth L., *Estimating the Equity Risk Premium and Equity Costs: New Ways of Looking at Old Data*, „Journal of Applied Corporate Finance” 1999, nr 12 (1).

Bowie D., Bradfield D., *Improved Beta Estimation on the JSE: A Simulation Study*, „South African Journal of Business Management” 1993, nr 24.

Bradfield D., *Investment Basics XLVI. On Estimating the Beta Coefficient*, „Investment Analysts Journal” 2003, nr 57, [www.nes.ru/~agoriaev/Papers/Bradfield%20on%20estimating%20the%20beta%20coefficient%20IAJ03.pdf](http://www.nes.ru/~agoriaev/Papers/Bradfield%20on%20estimating%20the%20beta%20coefficient%20IAJ03.pdf), 10 stycznia 2008.

Bradfield D., *Investment Basics XLVI. On Estimating the Beta Coefficient*, „Investment Analysts Journal” 2003, nr 57, [www.nes.ru/~agoriaev/Papers/Bradfield%20on%20estimating%20the%20beta%20coefficient%20IAJ03.pdf](http://www.nes.ru/~agoriaev/Papers/Bradfield%20on%20estimating%20the%20beta%20coefficient%20IAJ03.pdf), 10 stycznia 2008.

Cohen K.J., Hawawini G.A., Maier S.F., Schwartz R.A., Withcomb D.K., *Friction in the Trading Process and Estimation of Systematic Risk*, „Journal of Financial Economics” 1983, nr 12.

Corhay A., *The Intervalling Effect Bias in Beta: A Note*, „Journal of Banking and Finance” 1992, nr 16.

Diakité D., *Determination of Appropriate Cost of Capital Rates for the Regulated Fixed Activities of France Telecom*, <http://www.art-telecom.fr/fileadmin/reprise/publications/AFORST-annexe-WACC.pdf>, 12 stycznia 2008.

Diakité D., *Determination of Appropriate Cost of Capital Rates for the Regulated Fixed Activities of France Telecom*, <http://www.art-telecom.fr/fileadmin/reprise/publications/AFORST-annexe-WACC.pdf>, 4 stycznia 2008.

Dimson E., *Risk Measurement when Shares Are Subject to Infrequent Trading*, „Journal of Financial Economics” 1979, nr 7.

Eubank A., Zumwalt J., *An Analysis of the Forecast Error Impact of Alternative Beta Adjustment Techniques and Risk Classes*, „Journal of Finance” 1979, nr 34.

Giles T., Butterworth D., *Cost of Capital Estimation in the UK. Best Practice in the Context of Competition Analysis and Price Regulation*, Charles River Associates, London, December 2003.

Gonedes N., *Evidence on the Information Content of Accounting Numbers: Accounting-Based and Market-Based Estimates of Systematic Risk*, „Journal of Financial and Quantitative Analysis” 1973, nr 18.

<http://129.3.20.41/econ-wp/fin/papers/9610/9610002.html>, 12 stycznia 2008.

<http://faculty.london.edu/jdow/costocap.pdf>, 29 stycznia 2008.

Issues in Beta Estimation for UK Mobile Operators, July 2002, The Brattle Group Ltd., [http://www.ofcom.org.uk/telecoms/ioi/g\\_a\\_regime/sce/ori/beta/beta\\_main.pdf](http://www.ofcom.org.uk/telecoms/ioi/g_a_regime/sce/ori/beta/beta_main.pdf), 7 stycznia 2008.

Issues in Beta Estimation for UK Mobile Operators, July 2002, The Brattle Group Ltd., [http://www.ofcom.org.uk/telecoms/ioi/g\\_a\\_regime/sce/ori/beta/beta\\_main.pdf](http://www.ofcom.org.uk/telecoms/ioi/g_a_regime/sce/ori/beta/beta_main.pdf), 8 stycznia 2008.

Issues in Beta Estimation for UK Mobile Operators, July 2002, The Brattle Group Ltd., [http://www.ofcom.org.uk/telecoms/ioi/g\\_a\\_regime/sce/ori/beta/beta\\_main.pdf](http://www.ofcom.org.uk/telecoms/ioi/g_a_regime/sce/ori/beta/beta_main.pdf), 4 stycznia 2008.

Kim D., *The Extent of Non-Stationarity of Beta*, „Review of Quantitative Finance and Accounting” 1993, nr 3.

Koller T., Goedhart M., Wessels D., *Valuation. Measuring and Managing the Value of Companies (Fourth Edition)*, Wiley, New York 2005.

Marsh P., *Equity Rights and Efficiency of the UK Stock Market*, „Journal of Finance” 1979, nr 34.

Merton R., *On Estimating the Expected Return on the Market*, „Journal of Financial Economics” 1980, nr 8.

Pogue G., Solnik B., *The Market Model Applied to European Common Stocks: Some Empirical Results*, „Journal of Financial and Quantitative Analysis” 1974, nr 9.

Wright S., Mason R., Miles D., *Study into Certain Aspects of the Cost of Capital for Regulated Utilities in the UK*, [http://www.ofwat.gov.uk/aprix/ofwat/publish.nsf/AttachmentsByTitle/cost\\_of\\_capital130203.pdf/\\$FILE/cost\\_of\\_capital130203.pdf](http://www.ofwat.gov.uk/aprix/ofwat/publish.nsf/AttachmentsByTitle/cost_of_capital130203.pdf/$FILE/cost_of_capital130203.pdf), 12 stycznia 2008.

[www.wikipedia.pl](http://www.wikipedia.pl), 14 lutego 2008.